Hoja de ejercicios 3

Miguel Ibáñez González

1. Bella Durmiente (BD) es una brillante estadística. Es capaz de hacer estimaciones de priores y utilizar de manera experta el teorema de Bayes para proporcionar las mejores predicciones posibles. En este día de buen agüero, BD se somete al siguiente experimento, de cuyas condiciones es consciente: El domingo por la tarde, mientras duerme, un amigo de mentalidad práctica (posiblemente un ingeniero) lanza una moneda de buena ley (50% de probabilidad para Cara, 50% para Cruz). Si el resultado es Cara, BD es despertada solo el viernes. Si el resultado es Cruz, se la despierta el lunes y el viernes. Adicionalmente, se le hace beber una pócima de forma que olvida si fue o no despertada el lunes. Es decir, cuando se la despierta, no sabe si es lunes o viernes. a. Consideremos una situación en la que es despertada el lunes. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado del lanzamiento de la moneda haya sido cara? ¿Y cruz? Utiliza el teorema de Bayes para proporcionar respuesta a estas preguntas. b. Consideremos una situación en la que es despertada el viernes. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado del lanzamiento de la moneda haya cara? ¿Y cruz? Utiliza el teorema de Bayes para proporcionar respuesta a estas preguntas. c. En el momento en el que es despertada, ¿cuál es la probabilidad de que sea lunes? ¿y viernes?

Supongamos que BD sabe que se le pedirá hacer predicciones cada vez que es despertada. También sabe que recibirá una recompensa (la misma en cada ocasión) cuando realice una predicción correcta. Finalmente, sabemos que quiere maximizar su recompensa total; es decir, la recompensa acumulada que recibe el viernes, una vez finalizado el experimento. Dado que es profundamente Bayesiana,sus decisiones están basadas en estimaciones de probabilidad que reflejan sus expectativas. En una ocasión concreta en la que es despertada d. ¿cuál es la estimación de la probabilidad de que sea lunes desde su punto de vista? ¿y viernes? Basándose en estas probabilidades, ¿cuál es su mejor predicción (lunes o viernes) del día en el que ha sido despertada? e. ¿cuál es la estimación de la probabilidad de que tras el lanzamiento de la moneda haya salido Cara desde su punto de vista? ¿y Cruz? Basándose en estas probabilidades, ¿cuál es su mejor predicción para el resultado del lanzamiento de la moneda (Cara o Cruz) en el momento que es despertada?

Un pizarrón con un texto en blanco

Descripción generada automáticamente

Un pizarrón con un texto en blanco

Descripción generada automáticamente con confianza media

Pizarrón blanco con texto en letras negras sobre fondo blanco

Descripción generada automáticamente con confianza media

Un pizarrón con un texto en blanco

Descripción generada automáticamente con confianza media

1. Un pizarrón con un texto en blanco

   Descripción generada automáticamente con confianza mediaConsidera las siguientes tablas de probabilidad conjunta, acerca de las probabilidades que tiene un jugador de tenis que juega en su país de ganar un partido, en función de si juega por la noche o no, si es el jugador más joven o no, y si es el jugador con mayor palmarés o no:

a) ¿Con qué valores hay que completar estas tablas?

b) ¿Cuál es el valor exacto de P(victoria | juega por la noche, mayor palmarés)?

Un pizarrón negro con texto en letras negras sobre fondo blanco

Descripción generada automáticamente con confianza media

c) ¿Cuál es el valor estimado con Naïve Bayes de P(victoria | más joven, mayor palmarés)?

d) ¿Y de P(victoria | noche, más joven, mayor palmarés)?

1. A continuación, p es una función de probabilidad y A y B son variables aleatorias. ¿Cuál de lo siguiente es cierto? 1. La probabilidad conjunta es simétrica: p(A V B) = p(B V A). 2. La probabilidad condicional es simétrica p(A|B) = p(B|A). 3. Dos variables aleatorias X e Y son condicionalmente independientes de una tercera Z. Una vez que conocemos X e Y, también conocemos el valor de Z. 4. Dos variables aleatorias X e Y son condicionalmente independientes de una tercera Z. Una vez que conocemos Z, conocer también X no nos dirá nada adicional sobre Y. El siguiente conjunto de datos representa un problema de clasificación de spam: observamos 8 correos electrónicos y medimos dos características binarias. La primera característica es True si aparece la palabra “píldora” en el correo electrónico, False en caso contrario. El segundo es True si aparece la palabra “reunión”, False en caso contrario.

Construimos un clasificador naive Bayes sobre estos datos. Recibimos un correo electrónico que contiene ambas palabras. ¿Qué clase asigna el clasificador?